Bases numériques

Annexe 1 : Bases numériques

Cette annexe au tutorial C va nous permettre de voir, brièvement, ce que sont les bases numériques, et, surtout, comment convertir des nombres d'une base à une autre.
Ces explications n'ont pas été intégrées directement au Chapitre 6 du tutorial, auquel elles se rattachent, afin de ne pas l'alourdir avec des informations qui n'entrent pas vraiment dans le cadre de son sujet.

I:\ Quelques notions de Bases, vraiment indispensables

En général, on désigne sous le terme de "Base n" la base qui utilise les chiffres de 0 à n-1. Par exemple, nous utilisons quotidiennement la base 10, aussi appelée décimale, qui utilise les chiffres de 0 à 9.
Le Compilateur GCC, et donc, TIGCC, est capable de "comprendre" les bases 2 (binaire), 10 (décimal), et 16 (hexadécimal). La base 10 est reconnue car c'est elle que nous avons l'habitude de manipuler, la base 2 est admise car c'est la plus proche de la machine (chaque bit peut prendre deux valeurs : 0 ou 1, le courant passe ou ne passe pas, la charge magnétique est positive ou négative, ...), et la base 16 est employée pour minimiser le nombre d'erreurs à la lecture et à l'écriture par rapport à la base 2 (car 4 chiffres binaires correspondent à un chiffre hexadécimal).

En langage C, les nombres exprimés en base 2 doivent être préfixés par "0b" (le chiffre zéro et la lettre B, en minuscule), les nombres exprimés en base 16 doivent être préfixés par "0x" ou "0X" (le chiffre zéro, et la lettre X, en minuscule ou majuscule), et les nombres en base 10 ne doivent pas être préfixés.

En base 16, puisque notre alphabet ne comporte pas 16 chiffres, nous utilisons les dix chiffres usuels, soit de 0 à 9, puis les six premières lettres, soit de A à F.
A présent, nous désignerons sous le terme de "digit" chaque chiffre d'une écriture (il s'agit du terme anglais pour "chiffre") ; cela parce que le terme de "chiffre" n'est pas adapté aux écritures hexadécimale, qui peuvent comporter des lettres. En binaire, un digit est également appelé "bit", en abréviation de "BInary digiT".
Lorsque nous parlerons de, ou des, digit(s) de poids faible, il s'agira de ceux correspondant à la partie droite d'une écriture, en comptant de droite à gauche, et quand nous parlerons de digits de poids fort, il s'agira de ceux de gauche du nombre. Par exemple, dans le nombre 0b1001010, le bit de poids fort vaut 1, et les quatre bits de poids faible valent 0b1010.

II:\ Passage d'une base à une autre

Savoir différencier une base d'une autre est certes utile, mais il peut être quasiment indispensable de passer de l'une à l'autre.
Certains d'entre-vous ont peut-être déjà étudié ceci (Voila quelques années, c'était au programme de Spécialité Maths, en Terminale S, je ne sais pas si c'est toujours le cas : les programmes de Lycée ont changé depuis). Si vous êtes dans ce cas, vous pouvez passer à la partie suivante (une fois n'est pas coutume), bien qu'un petit rappel ne fasse jamais de mal...

Tout d'abord, voici un petit tableau de correspondance :

Décimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Binaire	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hexadécimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

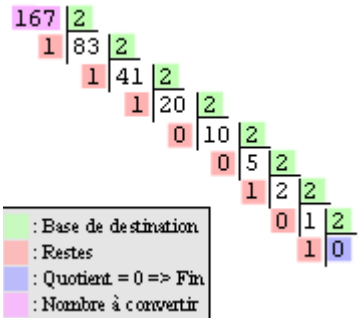
A: De décimal vers binaire et hexadécimal

Que l'on veuille passer de décimal vers binaire, ou de décimal vers hexadécimal, le raisonnement est fondamentalement le même. Nous noterons ici b la base de destination, que ce soit binaire, ou hexadécimal.

La méthode que je considère comme la plus simple est celle-ci :

- On divise le nombre en base 10 par b.
  => On obtient un quotient q1.
- On divise q1 par b.
  => On obtient un quotient q2.
- On divise q2 par b.
  => On obtient un quotient q3.
- Et ainsi de suite...
- Quand le quotient obtenu vaut 0, on cesse les divisions, et on "remonte" dans la liste des restes obtenus, en les écrivant de gauche à droite.

Par exemple, on veut convertir 167 de la base 10 vers la base 2 :



Donc, on a : 167 = 0b10100111.

Convertissons à présent 689 de la base 10 vers la base 16 (L'organisation de la succession de divisions est la même que pour le premier exemple) :

```
689 |16
  1 |43 |16
    B | 2 |16
      2 | 0
```

Donc, on a : 689 = 0x2B1.

B: De binaire et hexadécimal vers décimal

Peu importe la base source, si la base de destination est le décimal, on procède toujours de la même façon. Nos noterons ici b la base d'origine, que ce soit le binaire, ou l'hexadécimal.
La méthode, bien que extrêmement simple est assez difficile à expliquer. En supposant que l'on ai un nombre xyzt en base b, voici comment procéder :
xyzt = x*b^3 + y*b^2 + z*b^1 + t*b^0
Et ensuite, on calcule le membre de droite de cette expression.
Je pense que deux exemples suffiront à clarifier mes dires :

Par exemple, convertissons 0x11010010 en décimal :

```
0x11010010 = 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0
           = 1*128 + 1*64 + 0*32 + 1*16 + 0*8 + 1*4 + 1*2 + 0*1
           = 422
```

Donc, 0x11010010 = 422.

A présent, convertissons 0x5DA1 en décimal :

```
0x5DA1 = 5*16^3 + D*16^2 + A*16^1 + 1*16^0
       = 5*4096 + 13*256 + 10*16 + 1*1
       = 23969
```

Donc, 0x5DA1 = 23969.

C: De binaire à hexadécimal, et inversement :

Il n'y a rien de plus facile : il suffit de se rappeler qu'un digit hexadécimal correspond à quatre digits binaires, et que la conversion se fait du quartet (groupe de quatre bits, parfois aussi appelé "Nibble") de poids faible vers celui de poids fort, en remplissant éventuellement de 0 à gauche si nécessaire. Il suffit ensuite d'utiliser le tableau de correspondance donné plus haut.

Par exemple, convertissons 0b101100100110101010 en hexadécimal :

```
0b10.1100.1001.1010.1010 = 0b0010.1100.1001.1010.1010
                         = 0x  2    C    9    A    A
```

Donc, 0b101100100110101010 = 0x2C9AA.

Et convertissons 0x1B2D en binaire :

```
0x1B2D = 0b0001.1011.0010.1101
       = 0b1101100101101
```

Donc, 0x1B2D = 0b1101100101101.

Voila la fin de cette première annexe atteinte.
Notez que votre TI-89/92/V-200 est parfaitement capable de réaliser les conversions de base entre binaire, décimal, et hexadécimal... mais reconnaissez qu'il peut être intéressant de parvenir à se passer de la calculatrice !